

## การบูรณาการการวิจัยกับการเรียนการสอน

ในรายวิชาพีชคณิตนามธรรม ภาคการศึกษาที่ 1/2566 มีการบูรณาการการเรียนการสอนกับการวิจัย โดยสอนผู้สอน รศ.ดร.วรเชษฐ สมมะณี ได้นำงานวิจัยของตนเอง เรื่อง “Some Properties of Umar Semigroups: Isomorphism Theorem, Maximal Inverse Subsemigroup and Ranks” ซึ่งได้นำเทคนิควิธีการหา rank ของกึ่งกรุปการแปลง ไปใช้ในการสอนหัวข้อเรื่องกึ่งกรุป

### 3.3 แรังก์ (Ranks)

ในหัวข้อนี้ เราจะให้บทนิยามของแรังก์ในแนวคิดของกึ่งกรุป และกรุป โดยจะนำผลลัพธ์จากงานวิจัยของผู้เขียนมาเป็นตัวอย่างในการศึกษา

ในหัวข้อ 3.2 (ทฤษฎีบท 3.2.1) ได้แสดงว่า ถ้า  $G$  เป็นกรุป และ  $\emptyset \neq X \subseteq G$  แล้ว

$$\langle X \rangle = \{x_1^{n_1} x_2^{n_2} \cdots x_k^{n_k} \mid x_i \in X \text{ และ } n_i \in \mathbb{Z} \ (1 \leq i \leq k)\}$$

เป็นกรุปย่อยของ  $G$  นั่นคือ  $\langle X \rangle \subseteq G$

**บทนิยาม 3.3.1** ให้  $G$  เป็นกรุป ถ้ามีเซต  $X \subseteq G$  โดยที่  $X \neq \emptyset$  ที่ทำให้

$$G = \langle X \rangle$$

เราจะเรียก  $X$  ว่าเป็นเซตก่อกำเนิด (generating set) ของกรุป  $G$  หรือเรียกว่า  $X$  ก่อกำเนิด (generate)  $G$  และถ้า  $G$  มีเซตก่อกำเนิดเป็นเซตจำกัด เราจะเรียก  $G$  ว่าเป็นกรุปที่ก่อกำเนิดอย่างจำกัด (finitely generated group)

**ตัวอย่าง 3.3.1** พิจารณากรุปสมมาตรระดับชั้น 3

$$S_3 = \{\varepsilon, (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$$

จะได้ว่า  $S_3 \neq \langle \sigma \rangle$  สำหรับทุก ๆ  $\sigma \in S_3$  (ให้แสดงเป็นแบบฝึกหัด)

นั่นคือ  $S_3$  ไม่เป็นกรุปวัฏจักร แต่เราสามารถแสดงได้ว่า  $S_3 = \langle (1\ 2), (1\ 2\ 3) \rangle$

เพราะ

$$\varepsilon = (1\ 2)^2,$$

$$(1\ 2) = (1\ 2)^1,$$

$$(1\ 3) = (1\ 2)(1\ 2\ 3),$$

$$(2\ 3) = (1\ 2\ 3)(1\ 2),$$

$$(1\ 2\ 3) = (1\ 2\ 3)^1,$$

และ

$$(1\ 3\ 2) = (1\ 2\ 3)^2$$